

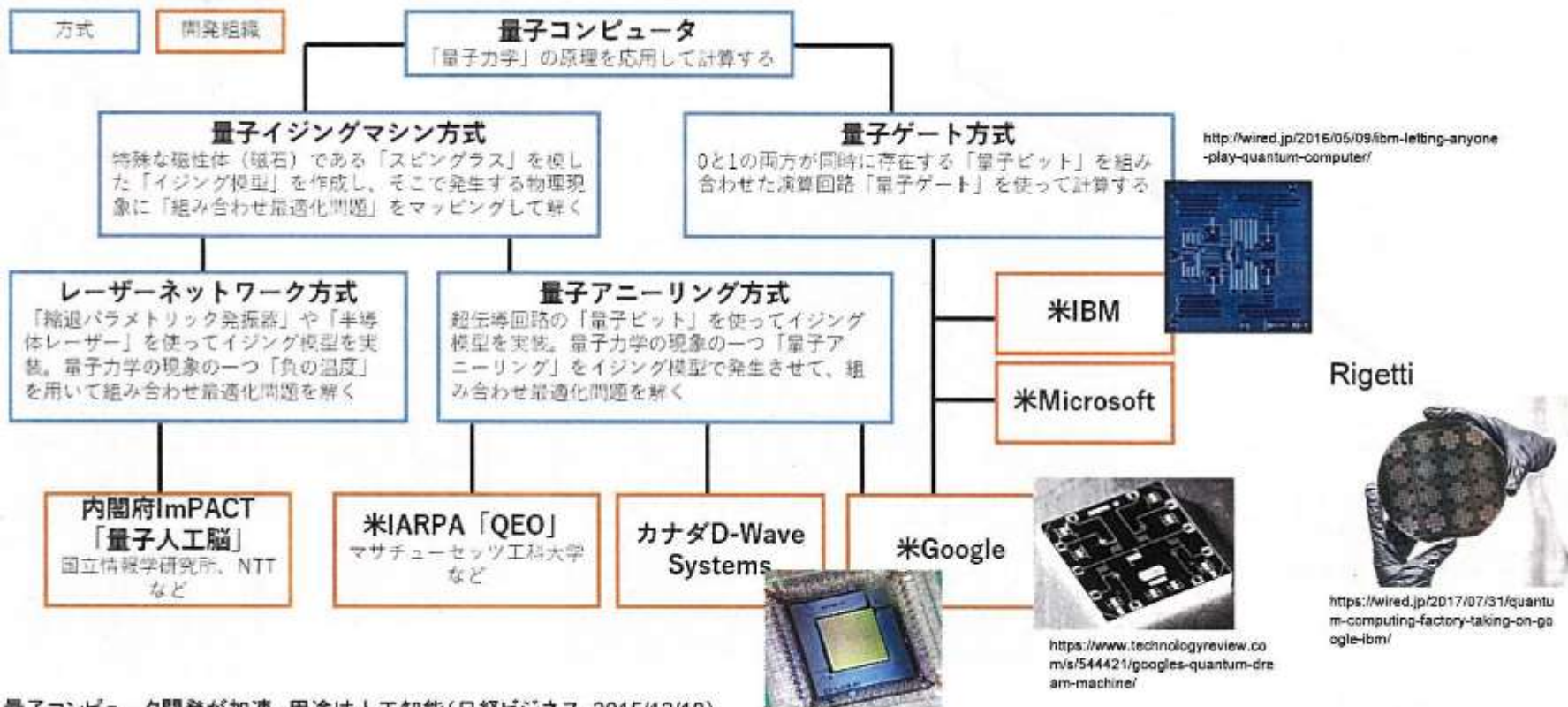
量子コンピュータ紹介

青戸 智浩

`tomohiro_aoto(at)goo.jp`

量子コンピュータとは

量子コンピュータ	
ゲート方式	その他
デジタル型	アナログ型
チューリングマシン型	イジングマシン
	アニーリング方式
	レーザーネットワーク方式



量子コンピュータ開発が加速、用途は人工知能(日経ビジネス・2015/12/18)
<http://business.nikkeibp.co.jp/atcl/report/15/061700004/121600061/>

<http://pro.nikkeibp.co.jp/atd/news/15/082102697/>

<https://www.technologyreview.com/s/544421/googles-quantum-dream-machine/>

<https://wired.jp/2017/07/31/quantum-computing-factory-taking-on-googles-ibm/>



量子コンピュータトレンド

現状開発が進んでいる量子コンピュータの殆どは超伝導回路を用いたもの。

超伝導量子ビットも、様々な技術方式がある。

大きく分けて

「電荷型」「位相型」「磁束型」「トランズモン型」
の4種類。

この中で、D-Waveは磁束型、IBMはトランズモン型
を採用している。この2方式が現在のトレンド。

量子コンピュータ原理(磁束)

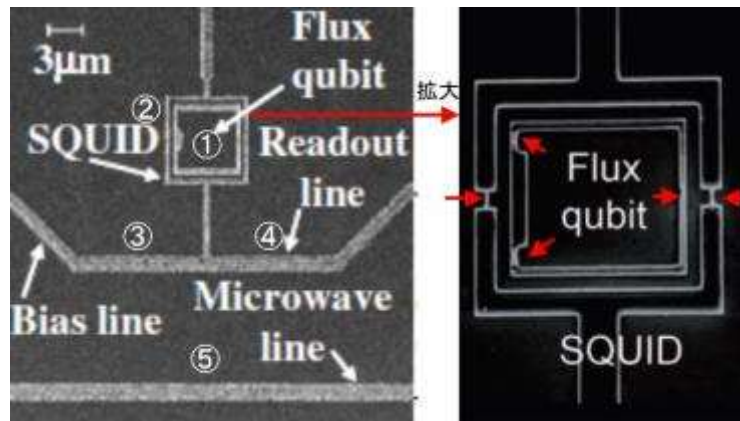


図1 超伝導量子ビットの電子顕微鏡写真 (左の写真は文献[1]、右の写真は文献[2]より転載)。

- [1] [K. Kakuyanagi et al., Dephasing of a Superconducting Flux Qubit. Phys. Rev. Lett. 98, 047004 \(2007\)](#)
- [2] [仙場浩一, 超伝導量子ビットと単一光子の量子もつれ制御, NTT技術ジャーナル2007年11月号](#)

【各回路の役割】

①磁束量子ビット構成用超伝導リング

左の写真の中央やや上に、二重に四角形のループがある(右側の拡大図)。このうち内側の方が量子ビット本体。このリングを流れる電流の向きによって、「0」と「1」を表現する。また、超伝導リングの真ん中には、外部から静磁場が加えられる。

②③④データ読み出し(量子状態測定)用回路

二重四角ループの外側部分(②)は、量子ビット読み出し回路の中核をなす、SQUIDと呼ばれる回路である。③はデータ読み出しのトリガー信号を入力する導線で、④はデータを取り出すための出口の役割を果たす。

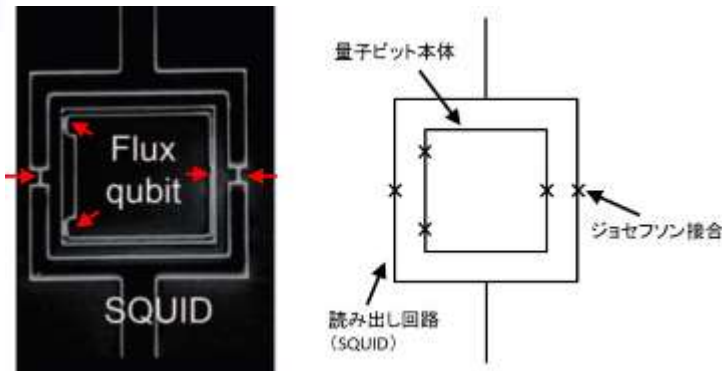
SQUIDは量子コンピュータ専用の部品ではなく、超高感度磁場センサとして医療機器などに使われている独立した技術。

また、①量子ビットと②SQUIDには、一部回路が細くなっている部分(拡大図の赤い矢印の部分)にはジョセフソン接合。

⑤データ書き込み(量子ビット制御)用回路

この部分は、量子ビットにデータを書き込んだり、演算を行うための回路。以前紹介したシリコン量子ビットのときと同様に、この部分に交流電流を流し、それによって生じる交流磁場が量子ビットを制御する。

量子コンピュータ原理 (超電導リング)



【ジョセフソン接合】

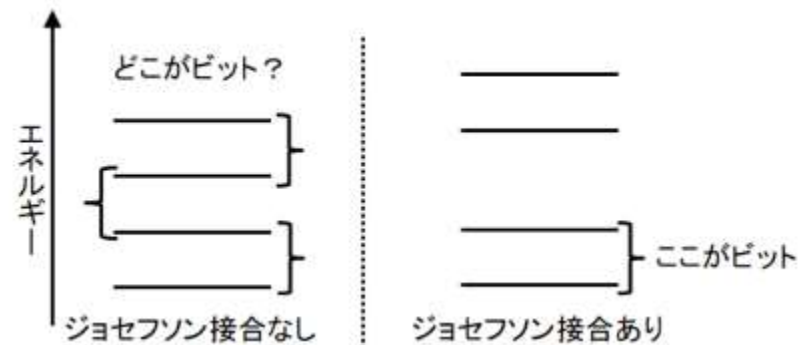
超伝導リングの細くなっている部分 (回路図の×印) が、ジョセフソン接合。ジョセフソン接合とは、以下のように2つの**超伝導**体 (例えばアルミニウム) に**絶縁体** (例えば**酸化アルミニウム**) の薄膜が挟まれた構造のことをいう (図3)。ジョセフソン接合の作成プロセスは文献[3]を
[\[3\]仙場浩一, 超伝導磁束量子ビットの単一回読み出し, NTT技術ジャーナル2004年1月号](#)

図3 ジョセフソン接合

絶縁体は本来は電気を通さないが、ジョセフソン接合ではトンネル効果によって絶縁体に**超伝導**電流が流れる。**量子ビット**本体の**超伝導**リングには、このようなジョセフソン接合が3か所ある。

【ジョセフソン結合の役割】

ジョセフソン接合は**量子ビット**において「二準位系を孤立させる」。ジョセフソン接合がない場合、**超伝導**リングに流れる電流のエネルギーは、図4左のように等間隔に並ぶ。この場合、どのエネルギー帯を「ビット」として扱えばいいのかわからなくなる。ジョセフソン接合があると、このエネルギー間隔に歪みが生じ、図4右のように二準位系を選び出すことができる。



量子コンピュータ原理 (磁束量子)

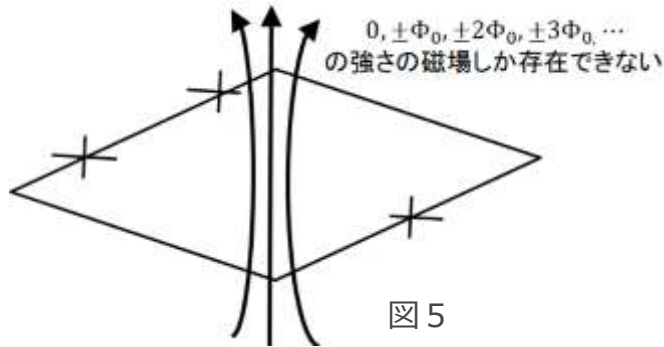


図5

【磁束量子】

超伝導リングを用いてどのように**量子ビット**を構成するのか。キーワードは「磁束量子」。
 実は、**超伝導**リングは磁場に対して不思議な性質を持っている。リングの内側では、ある単位量の整数倍の強さの磁場しか存在できないのだ。この単位量を**磁束量子**と呼び、記号では Φ_0 と書く (図5)。

具体的な数値は $\Phi_0 = h/2e \sim 2.07 \times 10^{-15}$ Wbである。

【磁場による状態操作-微小磁場印加】

超伝導リングの下から上に向けて、外部から $\Phi_0/2$ よりも小さな (例えば $0.1\Phi_0$) 磁場を加える。リングの中では磁束量子の整数倍の磁場しか存在できないため、これは**超伝導**リングにとっては困った状態。そこで、リングに電流が流れることで「右ねじの法則」に従った磁場を生み出し、無理やり「磁束量子条件」を満たしてしまう。

辻褃の合わせ方は2通り存在する。下向きに $0.1\Phi_0$ の磁場を生み出してリング内の磁場を差し引きゼロにするか、上向きに $0.9\Phi_0$ の磁場を生み出して Φ_0 まで引き上げてしまうか、である。右ねじの法則によって生じる磁場の強さは、リングに流れる円電流の強さに比例する。つまり、リングに右回りの電流を流して下向きの磁場を発生させるほうが、より小さな電流で実現でき、エネルギー的に安定である。逆にリングに左回りの電流を流して上向きの磁場を発生させるのは、より大きな電流が必要で、エネルギー的にやや不安定である。

ここで、電流の向きによるエネルギーの違いに基づいた二準位系、磁束**量子ビット**が生成される (図6)。

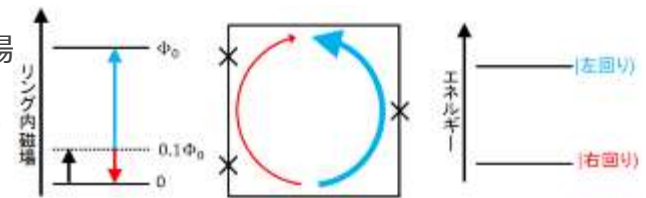


図6 $\Phi_0/2$ よりも小さな磁場を加えたときの磁束**量子ビット**

量子コンピュータ原理(磁束操作)

【磁場による状態操作-大きい磁場印加】

超伝導リングに加えている磁場を、 $\Phi_0/2$ よりも大きく（例えば $0.9\Phi_0$ ）してみる。今度は上向きの磁場を発生させて合計 Φ_0 にしてしまう方が簡単になり、下向き磁場でキャンセルする方が不安定になる。このように、リングに加える磁場を変えることで、電流の向きとエネルギーの上下関係が入れ替わる（図7）。

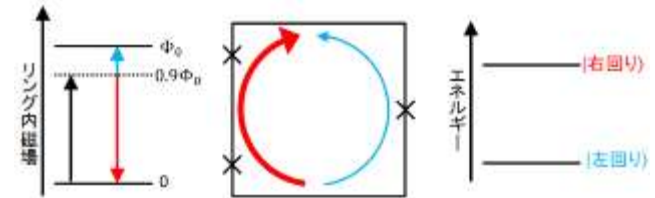


図7 $\Phi_0/2$ よりも大きな磁場を加えたときの磁束量子ビット

【最適動作点】

超伝導リングに加える磁場を、ちょうど $\Phi_0/2$ にしてみる。この時、下向き磁場で打ち消しても上向き磁場で Φ_0 にしてもエネルギー的にはどちらでもよくなる。電流は右回りでも左回りでも、どちらでもよい。実はこの時、右回りと左回りの「プラスの重ね合わせ状態（記号では $|+\rangle$ と表記する）」が最も安定した状態であり、右回りと左回りの「マイナスの重ね合わせ（ $|-\rangle$ と表記する）」の方がエネルギーが高くなる。「重ね合わせ状態」が、**量子ビット**の基底となる（図8）。

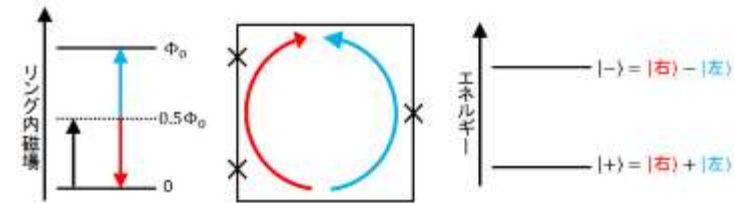


図8 $\Phi_0/2$ 磁場を加えたときの磁束量子ビット

重ね合わせ状態が、実際には好んで使われる。理由は、この状態が**磁場ノイズに対して最も安定して動作する**からである。この特徴のため、外部磁場がちょうど $\Phi_0/2$ である状態は**最適動作点**と呼ばれている（文献[3][4][5]などを参照）。

- [3] 齊藤志郎 他, 超伝導量子ビットとスピン集団のコヒーレント結合, NTT技術ジャーナル2012年6月号
- [4] P. Bertet et al., Dephasing of a Superconducting Qubit Induced by Photon Noise., Phys. Rev. Lett. 95, 257002 (2005)
- [5] P. Bertet et al., Photon-noise induced dephasing in a flux-qubit. (文献[4]の著者によるスライド。内容はほぼ同じだが図が豊富。)

*:具体的な数値は $\Phi_0=h/2e\sim 2.07\times 10^{-15}$ $\Phi_0=h/2e\sim 2.07\times 10^{-15}$ Wb。
 *:実際には、 $0.495\Phi_0$ 、 $0.495\Phi_0$ のように、0.5より少しだけ小さい数字が使われる。ここでは話を簡単にするため極端な数字を挙げた。
 *:「固有状態間の重ね合わせ」が壊れやすいが、「重ね合わせ自体が固有状態」である場合は問題ない。
 *:文献によっては $1.5\Phi_0$ が採用されていることもあるが、理由は同じ。

量子コンピュータ原理(ノイズ耐性1)

【磁場に対するエネルギー変化】

リングに加える磁場が $\Phi_0/2$ より小さいと、右回りに電流を流す方がエネルギーが小さく、左回りはエネルギーが高い。磁場が $\Phi_0/2$ で右回りと左回りの「プラスの重ね合わせ状態」エネルギーが低くなり、「マイナスの重ね合わせ状態」が高くなる。最後に磁場が $\Phi_0/2$ より大きくなると、今度は左回りのエネルギーが低くなり、右回りが高くなる。これを、磁場の強さを横軸としたグラフに表すと右図(図9)。

ここで、意図的に超伝導リングに与えている磁場の他に、予期しない磁場が加わるとする*2。向きは上向きとする。この余計な磁場により、量子ビットはどのくらい影響を受けるか。図9グラフの、磁場が $\Phi_0/2$ より大きい領域を考える。今、ノイズ磁場は上向きと考えているので、リングに加わっている磁場が想定より大きい。つまり、二準位のエネルギーは想定よりも離れることになる(図10)。

ノイズ磁場は一般には一定ではなく、大きさや向きがランダムに変動する*3。ノイズ磁場が下向きになると、図10とは逆に量子ビットのエネルギーは想定よりも近づくが、次の瞬間にはまた離れているかもしれない。このように、超伝導リングにノイズ磁場が加わると、量子ビットのエネルギーが揺れる(図11)。



図11 ノイズで揺れる量子ビット

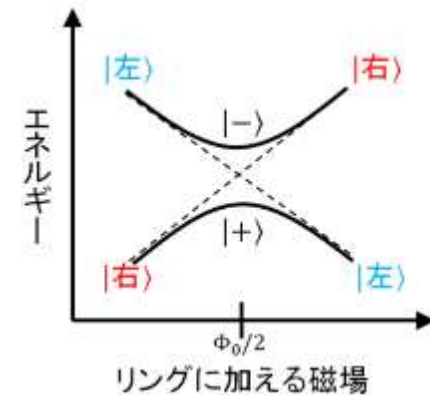


図9 磁場によるエネルギー変化

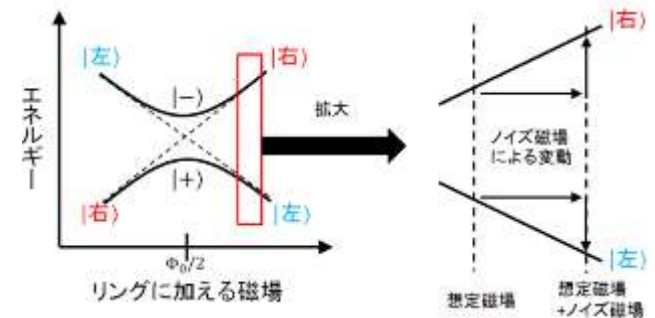


図10 ノイズ磁場によるエネルギー変動

量子コンピュータ原理(ノイズ耐性2)

【ノイズの影響】

エネルギーが揺れると何が困るか。例えば、**量子ビット**の制御(演算)は、**量子ビット**が持つエネルギーの差にちょうど等しいエネルギーを持つ電磁波を吸収させることによって行う(詳しくは**シリコン編その4**を参照)。ノイズが存在すると、この電磁波の周波数をうまく選ぶことができず演算エラーを誘発する。また、**量子ビット**のエネルギー差は重ね合わせの符号(位相)にも大きな影響を与える。エネルギーが揺らぐと「位相」に関する情報が壊れていき、重ね合わせ状態を維持できなくなる。これが、**デコヒーレンス**現象である。

図9のグラフ中央、磁場が $\Phi_0/2$ の領域を見る。先ほどと同じように、上向きのノイズ磁場が存在すると仮定し、エネルギーの変動を見てみる(図12)。

グラフ中央付近はほぼ平らになっており、**ノイズ磁場によるエネルギー変動**が先ほどと比べて少ない。このことを「磁場に対する**微分係数**がゼロである」という。これにより上述したような**デコヒーレンス**現象が起こりにくくなり、**量子ビット**の寿命は1桁近く長くなる(文献[1])。この領域が「最適動作点」と呼ばれる理由。

参考文献

[1] K. Kakuyanagi et al., **Dephasing of a Superconducting Flux Qubit**, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 047004 (2007)

*1: 正確には、 $\Phi_0/2$ を過ぎて一度エネルギーが離れた後、 $3\Phi_0/2$ で再び近づく...という周期性がある

*2: ノイズ磁場の具体的な原因は色々考えられる。**地磁気**かもしれないし、実験装置類も電子機器なので怪しい。だが、最も致命的な原因はチップそのものが持っていることが多い。これは**超伝導量子ビット**に限ったことではないが、そもそもチップを構成する原子がスピン(磁性)を持っていると、それが磁場ノイズの一番の原因になる。例えばアルミニウム原子はスピンを持っている。シリコン原子はスピンを持たないが、一定確率でスピンを持つ**同位体**が混じっている。

*4: 実は、**デコヒーレンス**には大きく分けて2種類ある。ここで説明した現象は専門用語で「位相緩和」。もう一方はエネルギー緩和である。

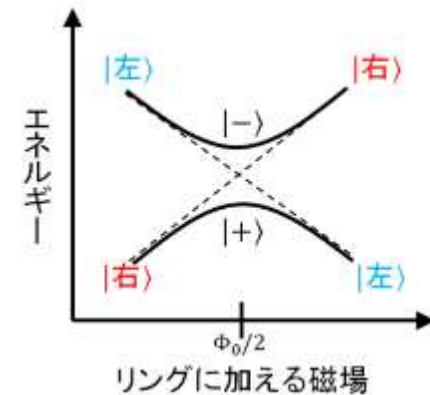


図9 磁場によるエネルギー変化

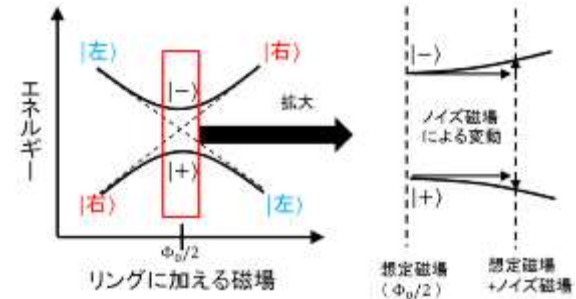


図12 ノイズ磁場によるエネルギー変動(中央)

No.9



量子コンピュータ演算(初期化)

数ミリ秒待てばよい

量子コンピュータ原理(演算1)

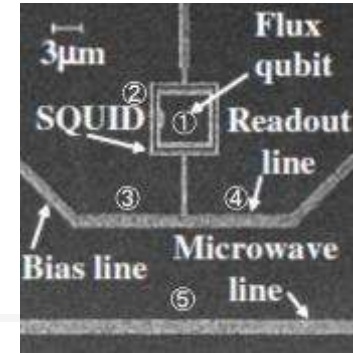


図15 回路全体図

【磁束量子ビットの制御回路】

量子ビットの制御には図の⑤、「Microwave line」と書かれた導線を用いる。この導線に交流電流を流すと超伝導リングを垂直に貫く交流磁場が発生する(図16)。

この交流磁場の周波数(≒電磁波のエネルギー)が量子ビットのエネルギー差に一致するとき、「磁気共鳴(ラビ振動)」が起き、量子ビットというハードウェアが駆動される。実際に使われる電磁波の周波数は大体数ギガヘルツ程度のオーダーである(例えば文献[1]では3.9GHz)。この共鳴周波数はジョセフソン接合の接合面積に依存する。すなわち、工場でチップを製造した時点で決まってしまう。これでは実用上都合が悪いので、後から現場でエネルギーを調節できるように工夫した「ギャップ可変」量子ビットという技術も存在する(文献[2])。

超伝導量子ビットは最適動作点では静磁場に対して垂直であり*2、交流磁場と静磁場は平行である*3。つまり超伝導量子ビットが回転する様子をブロッホ球で表すと、図17のように赤道面を回っているように見えるのだ(文献[3])。

このように、量子ビットを適当な時間ラビ振動させることによって「プラスの重ね合わせ状態」と「マイナスの重ね合わせ状態」が重ね合わせ状態になる。すなわち、1量子ビットに対する「θ-回転ゲート」という量子論理演算が行われ、超伝導量子ビットに $a|+\rangle + \beta|-\rangle \rightarrow a|+\rangle + \beta|-\rangle$ というデータが書き込まれたことになる。

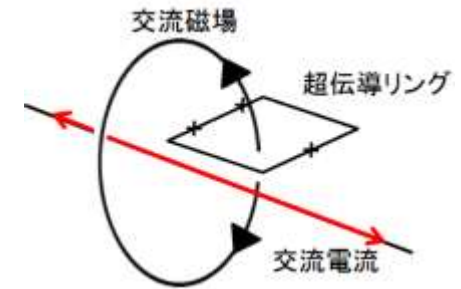


図16 交流磁場

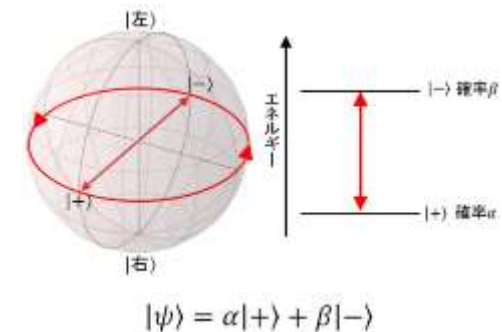
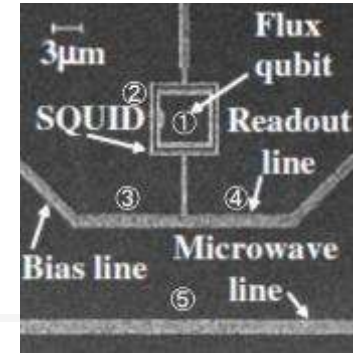


図17 超伝導量子ビットの「回転」

参考文献

- [1] K. Kakuyanagi et al., Dephasing of a Superconducting Flux Qubit. Phys. Rev. Lett. 98, 047004 (2007)
- [2] 齊藤志郎 他, 超伝導量子ビットとスピン集団のコヒーレント結合, NTT技術ジャーナル2012年6月号
- [3] Irinel Chiorescu, Non-linear driving and Entanglement of a quantum bit with a quantum readout. (スライド)

量子コンピュータ原理 (演算2)



【データ読み出し (測定) の準備】

実は、最適動作点で動作している量子ビットからはデータを取り出すことができない。その理由はデータ読み出しの仕組みにある。磁束量子ビット読み出し用回路 (SQUID) は、右回りの電流が生み出す磁場と、左回りの電流が生み出す磁場の強さの違いを読み取る。しかし最適動作点ではどちらの磁場の強さも同じであるため、この手法を使うことができない (文献[1])。このため、データを読み出すときだけは超伝導リングに与えている磁場を $\Phi_0/2$ から弱め、「右回り」と「左回り」がビットとなるような状態に戻す。ここで重要なのは、この操作の前後で、量子ビットに書き込んだデータはきちんと保存されているということだ。すなわち、 $a|+\rangle + \beta|-\rangle$ という重ね合わせ状態は、そのまま $a|右\rangle + \beta|左\rangle$ という状態に変換されるのである (図 18)。

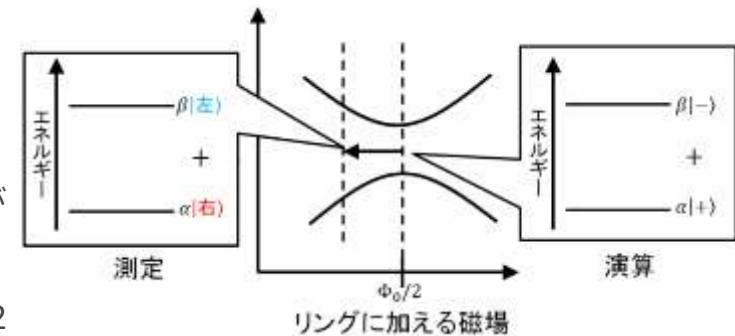


図 18 データ読み出し (測定) の準備

【SQUIDの構造】

SQUIDの構造自体は量子ビット本体とよく似ており、ジョセフソン接合を含む超伝導リングである。量子ビットと違うのは、ジョセフソン接合が2つであること、外部から電流を注入するための導線があること (図 20)。

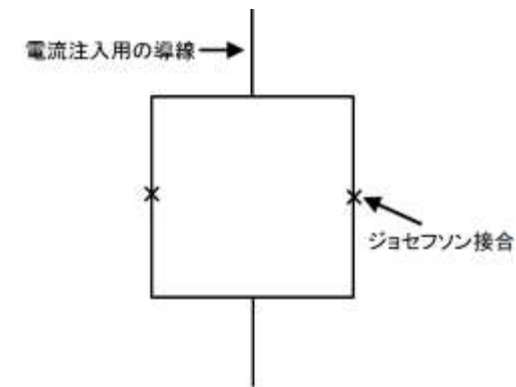
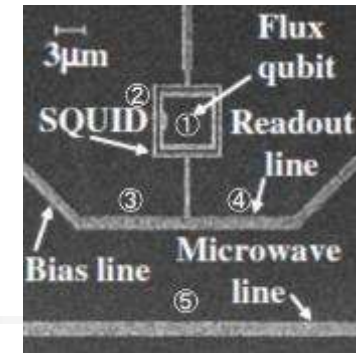


図 20 SQUIDの回路図

量子コンピュータ原理(演算3)



【ジョセフソン接合の限界】

ジョセフソン接合は、薄い絶縁体を超伝導体で挟むと、絶縁体にも超伝導電流が流れるというものであった。しかし、このような状態には限界がある。ジョセフソン接合に流す電流値がある限界を超えると、超えた分の電流は普通の（トンネル）電流として流れてしまうのだ*1*2。つまり、ジョセフソン接合に電気抵抗が生じ、電圧降下が発生する。これがSQUIDの動作原理のキーポイントである。

【SQUIDによる磁場検出】

一般的にSQUIDでどのように磁場を検出するのか。文献[2] ([こちらのウェブページ](#)) 参考。SQUIDに外部から電流を注入し、それを強くしていき、どのくらいの電流でジョセフソン接合が限界に達して電圧が生じるかを測定する。

(1) 磁場がない(ゼロ) 場合

最も簡単な場合として、検出すべき磁場がゼロである場合のことを考えよう。図2 1のようにSQUIDに生えている端子から電流 I_{in} を注入すると、SQUID内を $I_{in}/2$ ずつに分かれて流れ、もう片方の端子で合流して出ていく。 I_{in} をどんどん大きくしていったら、ジョセフソン接合を通る電流 $I_{in}/2$ が限界値を超えるとジョセフソン接合の両端に電圧が生じるので、あらかじめSQUIDに電圧計をつけておいて電圧計が反応した時の I_{in} を記録しておく。

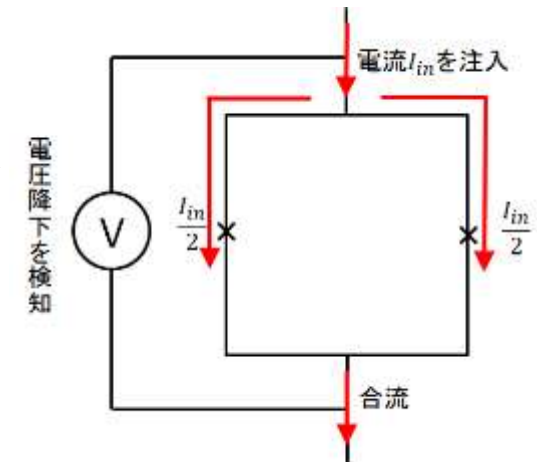
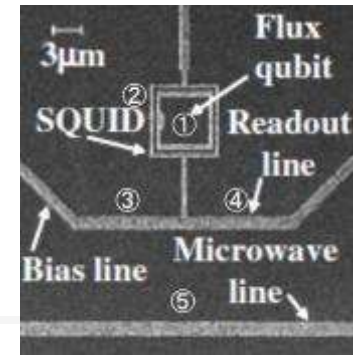


図 2 1 磁場がない場合

量子コンピュータ原理(演算4)



(2) 弱い磁場がある場合

SQUIDリングを弱い磁場が下から上に貫いている場合を考えよう。**超伝導**リング内に中途半端な磁場が存在すると、それを相殺する磁場を生み出すために、リングに(右回りの)電流が流れる。この状態で電流 I_{in} を注入する(図2 2)。

ジョセフソン接合に流れる電流に注目する。右側では、元々**SQUID**に流れている電流と外部から注入された電流 $I_{in}/2$ が、同じ向きに流れているのだ。**キルヒホッフの法則**により、ジョセフソン接合にはこの2つの電流の和が流れ込むことになる。そのため、 I_{in} を強くしていくと、磁場がなかった時よりも小さい I_{in} でジョセフソン接合が限界を迎える*4。

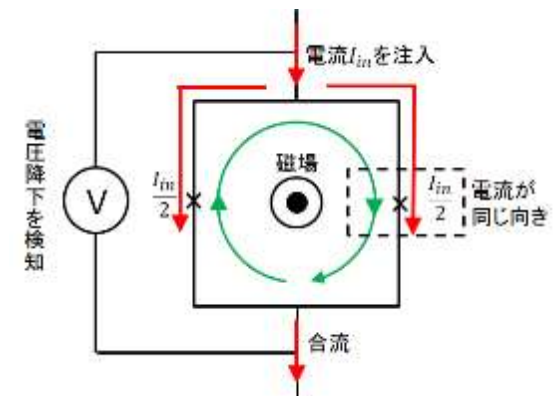


図2 2 弱い磁場がある場合

(3) そこそこ強い磁場がある場合

もう少し強い(具体的には $\Phi_0/2$ を超えない程度の)磁場が**SQUID**を貫いているとする。加わっている磁場が大きいと、それを相殺するために流れる電流も大きくなる。その結果、ジョセフソン接合に電圧降下を起こすために必要な外部電流はさらに小さくなるのがわかるだろう(図2 3)。

SQUIDを貫く磁場が大きくなると、電圧降下を起こすのに必要な外部電流が小さくなっていく。正確には、磁場が $\Phi_0/2$ を超えると再び外部電流の限界値が大きくなり、磁場が Φ_0 になると磁場がないときの状態に戻る、という周期性がある(磁場が Φ_0 であれば磁束量子条件を満たしているため、**SQUID**に円電流は流れない)。この効果を利用して磁場の強さを測定するのが、**SQUID**の基本的な原理である。

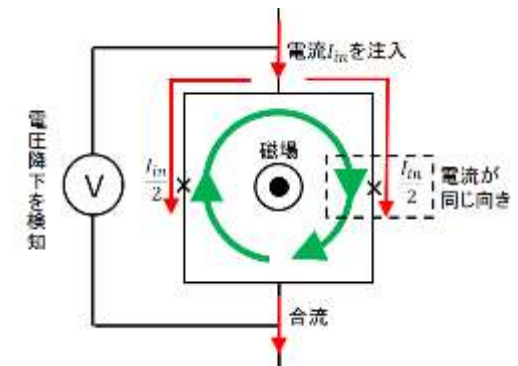


図2 3 そこそこ強い磁場がある場合

- ・ ジョセフソン接合に限界を超えた電流を流すと、抵抗および電圧降下が生じる。
- ・ **SQUID**を貫く磁場が大きいほど、より小さな外部電流を注入するだけで電圧降下が起きるようになる(正確には、 $\Phi_0/2$ を境にして Φ_0 で元に戻るという周期性がある)

量子コンピュータ原理(演算5)

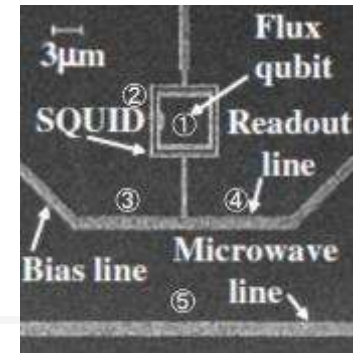


図 1 9

【量子ビット読み出し回路としてのSQUID】

量子ビットが生み出す磁場

図 1 9 の写真では、SQUID の内部に量子ビットが配置されている。SQUID は量子ビットの内側部分の磁場を検出する (図 2 4)。

量子ビットの内側の磁場は、ゼロまたは Φ_0 に保たれている。上述したように、 Φ_0 の磁場は SQUID にとってはゼロと同じで、ゼロと区別できない。そこで、SQUID は量子ビットの内側ではなく、外側の磁場を検出する (図 2 5) *5。

量子ビットの外側に磁場が生じる仕組み説明。量子ビットリングには、印加磁場を相殺するための右回りの電流が流れている。リングの一边だけを考えて直線状の電流に対する「右ねじの法則」を適用すると、リングの内側では磁場が下向きであるのに対し、リングの外側では磁場が上向きである (図 2 6)。

このように、量子ビットはリングの内側だけでなく、外側にも磁場をつくる。SQUID はこの外側の磁場を検出する *6。磁場 (正確には磁束) の値は、領域の面積に比例する。データ読み出しの段階では量子ビットは「右回り」と「左回り」が基準になる状態に変換されており、右回り状態が電流が弱く (= エネルギーが低く)、左回り状態は電流が強い (= エネルギーが高い) (その 2 の図 6 を参照)。つまり、量子ビットが外側につくる磁場にも強弱がある。量子ビットが右回りなのか左回りなのかによって SQUID を貫く磁場の強さが変わり、その違いを検出する。

【まとめ】

- SQUID は、量子ビットが (リングの外側に) つくる磁場の強弱を読み取る。
- 量子ビットが右回り状態であれば SQUID を貫く磁場は弱く、左回り状態であれば SQUID を貫く磁場は強い。

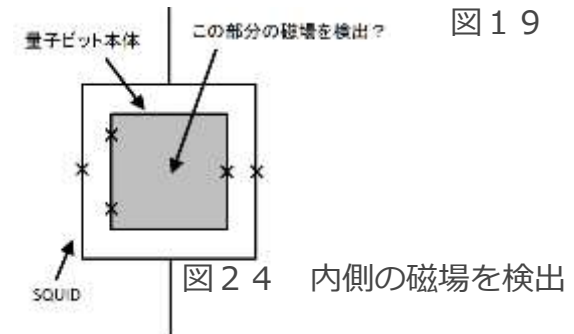


図 2 4 内側の磁場を検出

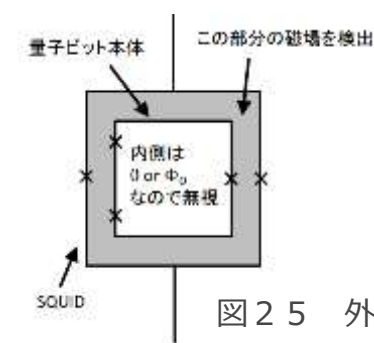


図 2 5 外側の磁場を検出

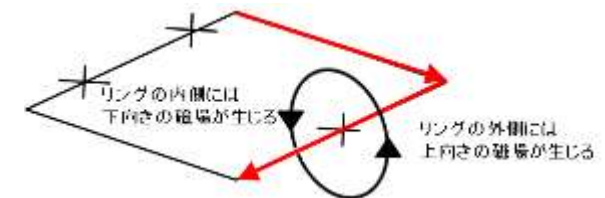


図 2 6 リングの外側に磁場が生じる

量子コンピュータ原理(演算6)

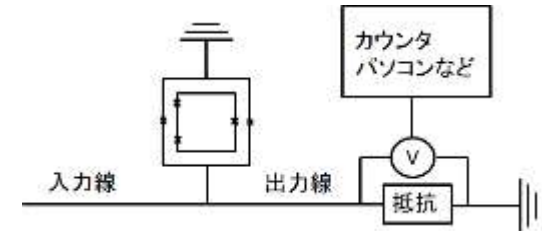
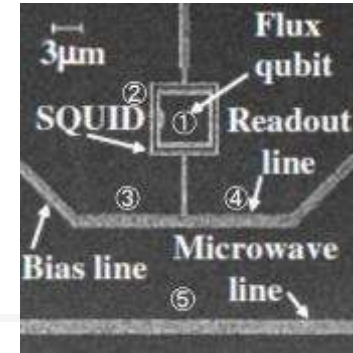


図 2 7 量子ビット読み出し回路全体図

【量子ビットのデータ読み出し】

図 2 8 のように、抵抗 R_1 と抵抗 R_2 が並列に接続されている。そこに電流 I を流すと、それぞれの経路を流れる電流は、抵抗値に応じて電流が分配される。例えば、 $R_1=1\Omega$ 、 $R_2=2\Omega$ とすると、 $I_1=2/3I$ 、 $I_2=1/3I$ である。両方の経路に電流が流れてはいるが、その大きさは異なる。電流は抵抗が低い経路を優先して流れる。このことをもう少し極端な状況で試してみよう。 $R_1=0\Omega$ にしてみたらどうだろうか。上記の式に当てはめると、 $I_1=I$ 、 $I_2=0$ となる。つまり、**抵抗ゼロの経路がある場合、電流はその経路にすべて流れ込み、抵抗がある経路には一切流れなくなる。**この状況を短絡（ショート）と呼ぶ（図 2 9）。

並列回路では電流は（抵抗値に応じて）それぞれの経路に分配される。ただし、抵抗ゼロの経路がある場合、電流は全てそちらに流れる（ショート）。

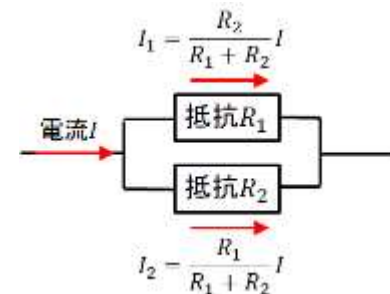


図 2 8 並列抵抗

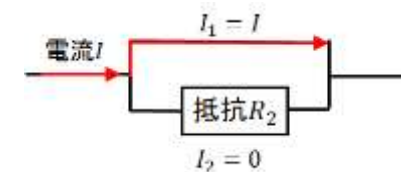


図 2 9 短絡（ショート）

- **SQUID**の一般論

- ジョセフソン接合に限界を超えた電流を流すと、抵抗が生じる。
- **SQUID**を貫く磁場が強いほど、より小さな外部電流注入で抵抗が生じる。

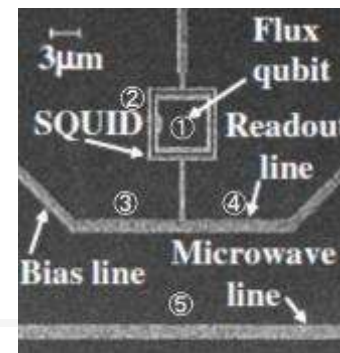
- **量子ビット**と**SQUID**の関係

- **SQUID**は、**量子ビット**が（リングの外側に）つくる磁場の強弱を読み取る。
- **量子ビット**が右回り状態であれば**SQUID**を貫く磁場は弱く、左回り状態であれば**SQUID**を貫く磁場は強い。

参考文献

[1] K. Kakuyanagi et al., Dephasing of a Superconducting Flux Qubit. Phys. Rev. Lett. 98, 047004 (2007)
 [2] SQUIDの動作原理についてはこちらのウェブページを参考にした
 [3] 仙場浩一, 超伝導磁束量子ビットの単一回読み出し, NTT技術ジャーナル2004年1月号
 [4] S. Saito et al., Parametric Control of a Superconducting Flux Qubit. Phys. Rev. Lett. 96, 107001 (2006)

量子コンピュータ原理(演算7)



【中ぐらいの電流をトリガー信号で入力】

量子ビットが「右回り」状態だった場合

SQUIDを貫く磁場は小さい。ここに「中ぐらいの電流」が注入されても、ジョセフソン接合の限界まで余裕がある。抵抗はゼロのまま。このとき、入力されたトリガー信号は全て抵抗ゼロのSQUIDに流れ、「抵抗」がある出力線には流れない。当然、出力線に設置された電圧計も反応しない。トリガー信号を入力してからどれくらい待てば判断できるかは事前に調節してあれば、「電圧計に反応がない」ことをもって、量子ビットが「右回り」状態だったのだと確定する(図30)。

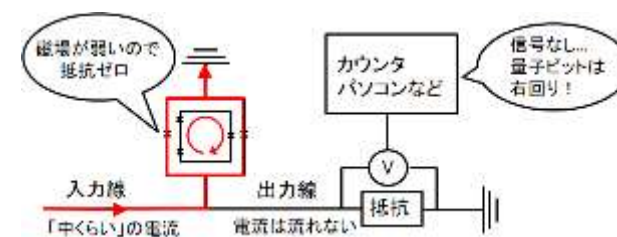


図30 量子ビットが右回り状態のとき

量子ビットが「左回り」状態だった場合

SQUIDを貫く磁場は大きい。ここに「中ぐらいの電流」が注入されると、ジョセフソン接合が限界に達して抵抗が生じる。このとき、入力されたトリガー信号が、SQUID側と出力線側に分配される。すると、「抵抗」に電流が流れて電圧が生じ、電圧計が反応する。これが、量子ビットが「左回り」に確定したという信号だ(図31)。このイベントはカウンタやパソコンに記録され、実験データが十分に集まれば統計処理などが行われる。例えば、最適動作点でのラビ振動によって「80% $|+\rangle$ 、20% $|-\rangle$ 」という状態をつくり、「80% $|右\rangle$ 、20% $|左\rangle$ 」に変換して測定する。実験を繰り返せば、統計的に電圧計が反応する確率は20%だという結果が得られる。

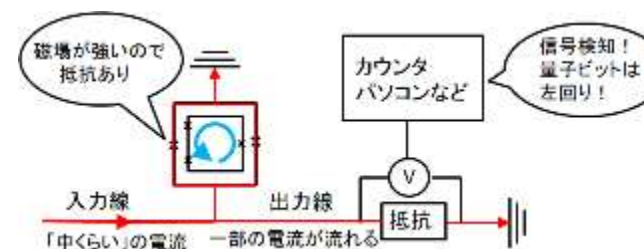


図31 量子ビットが左回り状態のとき

以上が、超伝導量子ビットのデータ読み出し、つまり"量子を「観測」する"こと。



量子コンピュータ演算(1)

【Q-bit演算:量子ゲート】

量子ビット (Q-bit) の基底状態を、電子スピン下向き (右回り電流) と電子スピン上向き (左回り電流) それぞれ、 $|\downarrow\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 、 $|\uparrow\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ と定義する。計算に必要な演算子をいくつか説明する。

1. 恒等演算 $\text{Id} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 単位行列。

$$\text{例: } \text{Id} |\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{Id} |\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. ビット反転演算 $X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (x軸周りに角度 π 回転させる)

$$\text{例: } X |\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad X |\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ここで量子ビットの重ね合わせ状態 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\rangle \pm |\uparrow\rangle) \equiv |\pm\rangle$ に反転操作を行うと、

$$X|+\rangle = X \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\rangle + |\uparrow\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = |+\rangle$$

$$X|-\rangle = X \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\rangle - |\uparrow\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\rangle - |\uparrow\rangle) = -|-\rangle$$

という性質がある。

3. 位相反転演算 $Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

例: 重ね合わせ状態 $a|\downarrow\rangle \pm b|\uparrow\rangle$ に位相反転を作用させると

$$Z(a|\downarrow\rangle \pm b|\uparrow\rangle) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ \pm b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ \mp b \end{pmatrix} = a|\downarrow\rangle \mp b|\uparrow\rangle$$

量子コンピュータ演算(2)

4. 位相-ビット反転演算 $Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ (y軸周りに角度 π 回転)

例: $Y|\downarrow\rangle = i\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = i|\uparrow\rangle$ 、 $Y|\uparrow\rangle = -i\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = -i|\downarrow\rangle$

※演算子の交換関係、 $[XZ-ZX=-2iY]$ 、 $[YZ-ZY=2iX]$ 、 $[XY-YX=2iZ]$ が成り立つ。ここまではパウリ。

5. アダマール変換 $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ (量子ビットの回転操作を行う。超重要!)

この演算子はエルミート行列でかつユニタリー行列 $\Rightarrow H=H^\dagger$ 、 $HH^\dagger=I$ 、 $H=H^\dagger=H^{-1}$ で可逆。

例: $H|\downarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\rangle + |\uparrow\rangle) = |+\rangle$

$H|\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\rangle - |\uparrow\rangle) = |-\rangle$

※ $|\uparrow\rangle$ の状態に位相 $e^{i\pi}$ の違いはあるが、 $|\downarrow\rangle$ と $|\uparrow\rangle$ の重ね合わせ状態が生成できる。

例: [2Q-bit]

$|x\rangle = a|\downarrow\rangle + b|\uparrow\rangle$ 、 $|y\rangle = c|\downarrow\rangle + d|\uparrow\rangle$ に対して、テンソル積 $|x\rangle \otimes |y\rangle$ を導入する。

$$|x\rangle \otimes |y\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \\ b \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ac \\ ad \\ bc \\ bd \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 00 \\ 01 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix} \quad \text{※テンソル積の分配則と結合則}$$

列ベクトルの各行4要素は、それぞれ基底状態が観測される確率振幅。

$$[4Q-bit] |x\rangle = \otimes_{i=1}^4 \frac{(|\downarrow\rangle + |\uparrow\rangle)}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle + \dots + |2^4-1\rangle) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 \sum_{n=0}^{2^4-1} |n\rangle$$